An abstract graphic design featuring three blue, 3D-rendered circles of varying sizes. The largest circle is at the bottom right, a medium one is at the top center, and a smaller one is in the middle. Thin blue lines connect the top-left corners of the circles, forming a triangular shape. The background is white.

# Psychologie de l'apprentissage

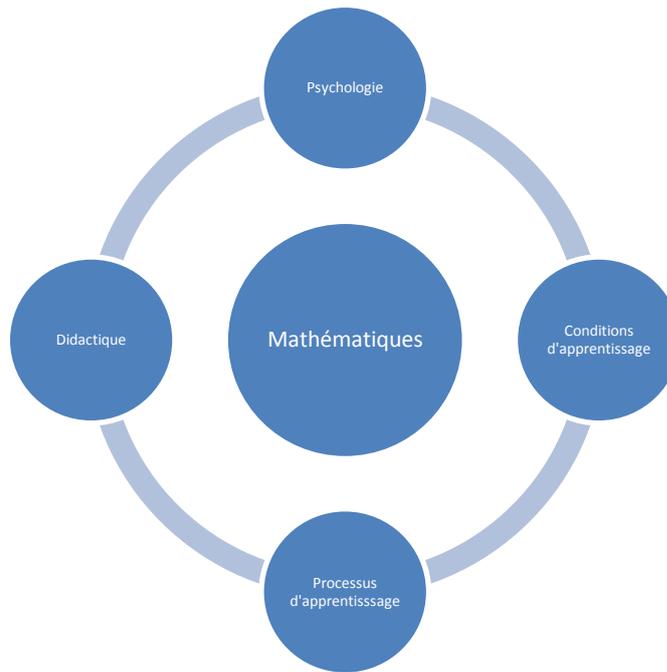
Extraits de « psychologie des apprentissages scolaires – Crahay - Dutrévis »

Olivier Leguay  
15/10/2011

## Table des matières

Psychologie générale .....	2
La mémoire de travail .....	2
Automatismes .....	3
Processus implicites - traitements intentionnels.....	3
Stratégie de compétition et importance de l'inhibition .....	3
Cognition et métacognition .....	3
Enseignement des stratégies cognitives .....	4
Croyances motivationnelles, intention d'apprendre et régulation .....	4
Synthèse.....	5
Le transfert des apprentissages .....	6
La perception de compétence et la motivation.....	6
Les émotions .....	7
La régulation des apprentissages scolaires.....	8
Difficultés d'apprentissage et pratiques d'enseignement .....	9
La modélisation des problèmes mathématiques.....	11
Modélisation de la modélisation mathématique.....	11
Les problèmes verbaux .....	12
Démarche experte vs superficielle.....	13
Promesses et obstacles de la modélisation mathématique .....	15

Les quatre composantes principales de l'apprentissage des mathématiques :



*Didactique* : Convoquée dès lorsqu'il y a intentionnalité d'enseignement des mathématiques.

*Psychologie* : Convoquée par l'incontournable complexité des processus mis en œuvre par les élèves dans l'apprentissage, en particulier mathématique.

*Processus d'apprentissage* : Ce sont les actions personnelles et interpersonnelles mises en œuvre avec l'assimilation, la mémorisation, la compréhension méthodologique ou conceptuelle, la métacognition dans l'apprentissage et en particulier celui des mathématiques

*Conditions d'apprentissages* : Il s'agit de la pédagogie, de l'environnement instrumenté, numérique ou matériel rencontré durant les phases d'apprentissage et en particulier celui des mathématiques.

## Psychologie générale

Du point de vue d'une psychologie des apprentissages scolaires, il est légitime de laisser de l'espace à l'activité auto-structurante de l'élève, mais aussi de l'encourager.

### La mémoire de travail

Le développement de la mémoire de de la mémoire de travail est un facteur clé du développement cognitif et des apprentissages scolaires.

Elle permet de :

- sélectionner les informations qui doivent être traitées et les connaissances antérieures qu'il semble opportun d'activer
- inhiber le traitement automatisé

- réguler le flux intentionnel et maintenir disponible les informations et aux les connaissances pertinentes et, au contraire inhiber celles qui ne le sont pas
- coordonner les opérations liées à la réalisation et de différentes activités

## Automatismes

Loin d'être la phase sombre de l'activité cognitive, les automatismes sont nécessaires à toute activité complexe (Perruchet 2008).

Une piste consiste sans doute les fluctuations des automatismes sous un contrôle métacognitif.

## Processus implicites - traitements intentionnels

La difficulté de la plupart des apprentissages scolaires, sinon de tous, provient de ce qu'il se situe à l'interface de processus implicites et de connaissances explicitées et réfléchies.

Ce sont les connaissances réfléchies, fruit des apprentissages explicites, desquels peut venir le contrôle intentionnel nécessaire à la mise en œuvre efficace des montages cognitifs complexes qui exigent la lecture, l'écriture, le calcul et la résolution de problèmes.

Concernant l'arithmétique, on peut envisager l'alternance de moments d'entraînement des algorithmes de calcul et d'autre dévolu à la résolution de problèmes.

## Stratégie de compétition et importance de l'inhibition

Pour mobiliser le traitement le plus élaboré il faut que le sujet bloque ou inhibe le traitement spontané, l'inhibition étant une fonction exécutive (voir la mémoire de travail) qui contrôle l'exécution des actions.

Le développement se réalise non seulement par construction et activation des connaissances, procédures et stratégies cognitives nouvelles, mais aussi par des apprentissages exécutifs consistant à inhiber des stratégies qui rentrent en compétition en raison de certaines caractéristiques de la situation. L'enfant peut apprendre à inhiber les stratégies inadéquates soit par l'expérience propre à partir de ces échecs (constats d'erreurs), soit par apprentissage vicariant en observant un modèle ou encore par un enseignement direct.

## Cognition et métacognition

Dans la perspective cognitive, l'esprit est conçu comme un système de traitement de l'information par lequel les individus interagissent avec le monde.

Par un processus de retour sur elle-même la commission peut se prendre pour objet. On parle alors de méta commission.

On distingue :

- les connaissances et croyances métacognitives
- les jugements et sentiments méta cognitifs
- le contrôle cognitif

Les élèves qui pensent que l'intelligence est immuable ont tendance à attribuer leurs échecs à un manque de capacité alors que, d'une manière générale, ceux qui pensent que l'intelligence évolue considère qu'un surplus d'efforts peut leur permettre d'améliorer leurs performances scolaires et d'accroître leur capacité intellectuelle.

Dès l'école primaire, les élèves développent une réflexion sur le savoir. Ce champ d'études est désignée sous l'appellation de *croyances épistémiques*.

Les individus tendent à surévaluer leur connaissance, c'est-à-dire qu'ils ont tendance à croire savoir plus qu'ils ne savent réellement.

Quatre types de jugement méta cognitifs :

- Avant de commencer la tâche, il porte sur la difficulté et comporte une prédiction de performance.
- En cours d'accomplissement de la tâche, il correspond à un questionnement du sujet du type: ai-je bien compris ?
- Le sentiment de connaître et de pouvoir répondre à un éventuel test.
- Le degré de confiance quant aux réponses que le sujet a donné.

## Enseignement des stratégies cognitives

Vu les résultats encourageants, Fayolle conclut à l'utilité, voir la nécessité d'un enseignement explicite les stratégies cognitives requises pour accomplir des tâches complexes.

Fayol conclut en 2008 que l'apprentissage du contrôle et des stratégies méta cognitives ne s'effectuent pas spontanément, sauf peut-être chez une minorité d'individus.

Pour être performante, une instruction explicite respectera trois principes :

- Intégrer l'instruction métacognitive dans un enseignement disciplinaire afin d'assurer la connexion entre les stratégies et le contenu.
- Informer les élèves des stratégies et démarches de contrôle afin de les inciter à vous sentir l'effort nécessaire à leur acquisition et exercice.
- Étaler la structure méta cognitives afin de garantir la stabilisation et usage harmonieux des stratégies et contrôle méta cognitifs.

Ces principes peuvent être résumés par l'acronyme WWWH: What to do, When, Why and How?

## Croyances motivationnelles, intention d'apprendre et régulation

Ames (1992) : « *Il y a trois choses dont il faut se souvenir en éducation La première est la motivation. La deuxième est la motivation. La troisième est la motivation* ».

Bandura (2003) conceptualise le fonctionnement humain comme résultant d'un système triangulaire dont les trois pôles sont constitués par :

- les facteurs individuels internes événements cognitifs, affectifs et biologiques
- les événements contextuels
- le comportement de l'individu

Par ses capacités de symbolisation (mère de toutes les autres), de vicariance, de réflexion et d'autorégulation, l'individu peut éviter le long apprentissage par ses seuls essais erreurs en le court-circuitant par le modelage social : en observant les essais des autres et leurs conséquences il peut intégrer pour lui-même les apprentissages qui en découlent.

L'enjeu principal de la recherche est maintenant la quête de la meilleure combinaison possible des paramètres déterminants, combinaison dans laquelle les émotions occupent une place de plus en plus importante.

Dweck (1988) a dégagé deux profils comportementaux principaux générés par des croyances individuelles relativement stables :

- Le premier se caractérise par l'évitement des tâches à haut risque d'échec.
- Le second par une orientation vers la maîtrise qui conduit les élèves à relever les défis.

Le modèle de Dweck et de ses collègues(1988) suppose l'interaction de trois variables dans la détermination des profils comportementaux :

- La perception de ses compétences.  
Le sentiment de compétence débouche sur 1 sentiment de haut l'habilité, de de de mer d'alors que le sentiment d'incompétence débouche sur 1 processus de résignation.
- La conception de l'intelligence.  
Si la perception de compétence revêt une telle importance c'est que beaucoup de parents et d'enseignants restent convaincus du caractère inné et donc non malléable de l'intelligence.
- L'orientation du but.  
La perception des compétences et la conception de l'intelligence interagissent avec les buts que se fixe l'élève.

Dans la *théorie de l'attente-valeur* d'Eccles et Wigfield (2002), l'individu qui se sent capable de résoudre un problème complexe, peut ne pas s'investir dans la tâche s'ils ne perçoivent pas l'utilité de consentir les ces forums qui reproduire la solution à ce problème.

Quatre composantes de la partie valeur se distinguent :

- l'importance du résultat
- la valeur intrinsèque
- l'utilité perçue
- le coût

Si les élèves mettent en doute l'importance de l'école, s'ils ne perçoivent pas le lien entre la réussite scolaire et la réussite professionnelle, utilité perçue, il est peu probable que les enfants accordent de la valeur aux activités d'apprentissage organisées à l'école.

Les travaux de Boeckaerts (2001) apportent plusieurs des affinements conceptuels en distinguant notamment le contexte et la situation. Ainsi le contexte renvoie à l'ensemble des conditions générales (la nature du système social dans lequel l'individu est inséré: composition des classes, pratique d'enseignement, etc.) et singulière (les perceptions issues de l'interprétation et de l'intériorisation des différents contextes constitutifs de la vie scolaire : attente des enseignants, etc.) pour un individu donné à un moment « t ». Quant à la situation elle renvoie à la tâche à effectuer et à ses caractéristiques n'ont pas tant objectives (tâche d'apprentissage, tâche d'évaluation, tâche hybride) que perçues par l'individu.

## Synthèse

Plus les apprentissages à réaliser sont sophistiqués, plus le guidage de l'enseignant est indispensable.

Quelle que soit la compétence à construire, il faut tenir compte des contraintes de la mémoire de travail et des croyances épistémologiques et motivationnelles des élèves.

Il n'y a pas d'expertise sans automatismes.

## Le transfert des apprentissages

Les deux types de transfert :

- *Le transfert vertical* : il porte sur les relations hiérarchiques existantes entre l'acquisition d'habileté simple et complexe dans 1 même domaine.

La consolidation des habiletés de base par une augmentation de vitesse de réponse permet d'assurer l'acquisition et la rétention d'apprentissage plus complexe.

Les chercheurs (1984) démontrent que les comportements caractéristiques de l'« insight » où que l'on associe à la notion de créativité et aux situations de résolution de problèmes s'expliqueraient à partir d'un phénomène de transfert vertical de comportements élémentaires appris antérieurement et consolidés par des pratiques répétées et variées. Les auteurs ont également pu démontrer que l'omission de l'un ou l'autre de ces apprentissages élémentaires empêche l'avènement de cet « Insight ». Les travaux sur les habiletés de résolution de problèmes d'experts (1987) démontrent également que leur performance ne repose pas sur l'utilisation de stratégies particulières, mais sur la disponibilité d'un large répertoire d'habiletés et de connaissances consolidées par de nombreuses années de pratique.

(1966) Scandura démontre que les élèves soumis à des pratiques répétées sur des habiletés préalables obtiennent de meilleurs résultats que les élèves exposés directement à l'enseignement et à des exercices portant sur ses habiletés terminales.

(1971) Les chercheurs démontrent qu'un enseignement dont la séquence restait qu'une hiérarchie des apprentissages constitue le meilleur moyen pour s'assurer que la majorité voire la totalité des élèves comprennent et maîtrisent les habiletés.

(1971) Les élèves les plus doués semblent être en mesure de combler les vides dans l'enseignement tandis que les élèves les moins doués qui parlent pas. Cao (1989) constate la diminution de performance chez la plupart des sujets lorsqu'on tire certaines séquences d'un enseignement structure.

(1993) L'attente d'un haut niveau d'excellence dépend en partie de la capacité à isoler et à pratiquer des séquences de sous-habiletés simples jusqu'à l'atteinte d'un niveau de maîtrise sur chacune de ces sous-habiletés.

(2006) Les approches dites centrées sur l'élève placent le plus souvent celui-ci en situation de surcharge cognitive préjudiciable à l'apprentissage.

- *Le transfert latéral ou horizontal* : il porte sur toutes les autres formes de transfert impliquant l'application d'apprentissage antérieur dans un nouveau contexte mais à un niveau de complexité comparable.

## La perception de compétence et la motivation

La motivation d'un élève résulte d'une relation causale triadique réciproque impliquant :

- ses caractéristiques individuelles, ce qu'il pense, veut, ressent, etc.
- son environnement caractérisé par la nature du système social dans lequel ils s'insèrent et les conditions particulières qui balisent le contexte un moment donné
- les actions et comportements qu'il aimait comme moyen d'atteindre 1 but ou de créer 1 événement recherché

La motivation scolaire est un état dynamique.

Le postulat le plus fondamental de la théorie sociocognitive est que l'être humain a la possibilité, s'il décide, être un agent actif dans son propre développement, de contrôler ce qu'il est, ce qu'il fait et ce qu'il devient. La personne n'est pas qu'un simple organisme réagissant plus ou moins passivement aux contingences de son environnement

La notion d'*apprentissage auto régulé*, est considérée en matière d'apprentissage scolaire comme la marque distinctive d'un fonctionnement optimal.

L'élève efficace se distingue par l'adoption de démarche d'apprentissage auto régulé. Tant l'écoute du cours, la lecture, la compréhension orale ou écrite, la rédaction de textes, etc., exigent en effet pour être efficaces d'être auto régulées explicitement par l'apprenant.

En cheminement régulier ou en difficultés d'apprentissage, les élèves qui obtiennent le moins bon rendement sont ceux qui se sentent les moins compétents(2003). La relation entre perception de compétence et rendement scolaire est cependant indirecte (1986-1992). La perception de compétence affecte d'abord l'engagement dans la tâche, de l'auto régulation en cours de tâche, les efforts fournis pour traiter l'information, la persévérance et les réactions émotives devant les difficultés, lesquelles affectent ensuite le rendement de l'élève.

Si les échecs sont dommageables, et le sont encore plus quand ils surviennent avant que le sentiment de compétence de l'enfant ne soit clairement établi. D'autre part il est reconnu que les succès trop faciles et sans effort amènent l'enfant à s'attendre à un résultat élevé qui aura pour effet de le décourager rapidement s'il rencontre ultérieurement un obstacle. Il est important d'être persévérant et de fournir un effort soutenu pour réussir (1986).

C'est vers 8-9 ans que la relation entre la perception de compétence de l'élève devient significative (1998). Les enfants dont le potentiel intellectuel est élevé arrivent plus rapidement que les enfants dont le potentiel intellectuel est plus faible à effectuer une évaluation adéquate de leurs capacités (1998).

(2009) Quand un élève possède un schéma de soi du type « mauvais élève », celui-ci agit alors comme un filtre dans l'interprétation des informations relatives à ces expériences d'apprentissage. Comme l'a naturellement tendance visionnait les informations cohérentes avec son schéma de soi, avait l'élève est alors plus susceptible :

- de sélectionner les informations portant sur ses échecs ou ses moins bons résultats au détriment de celles portant sur cette réussite
- d'interpréter négativement celles qui sont ambiguës ou incomplètes
- d'évoquer plus aisément ses souvenirs d'échecs scolaires que ceux de réussite

Ces résultats suggèrent que les élèves ayant une illusion d'incompétence utilisent un schéma interprétatif dans lequel, entre autres choses, la réussite est considérée comme obligatoire et devant aller de soi et où l'importance accordée aux erreurs et aux échecs est amplifiée.

## Les émotions

Il existe un lien négatif entre la peur de l'échec et l'utilisation de stratégies métacognitives. Ces élèves efficaces rapportent moins d'émotions négatives et tirent plus de satisfaction de leurs expériences d'apprentissage (2002).

L'influence de la valeur de la tâche sur la performance en mathématiques est complètement médiatisée par la nature des émotions envers la matière (Govaerts 2006).

(1985) Quant au lieu de chercher des solutions aux obstacles rencontrés durant la tâche, l'élève rumine sur ses échecs passés, se désole de sa situation, se demande s'il va réussir, et ce qui risque d'arriver s'il n'y parvient pas, il détourne alors son attention et ses ressources de l'action pour sombrer dans une orientation vers son état. Diverses aux études ont ainsi montré que la centration de l'attention vers son état contribue à générer de l'affect négatif lors de situations difficiles et plus d'humeur dépressive lors d'événements stressants (1994). Les chercheurs ont montré que les élèves orientés vers leur état avaient une plus grande tendance à la procrastination et à des retards dans les échéances scolaires, étaient plus souvent absents lors d'activités facultatives en classe, rapportaient de l'hostilité envers soi et est de moins bons résultats scolaires.

La pertinence de considérer la dimension émotionnelle des apprentissages pour mieux comprendre les facteurs favorisant leurs acquis ne fait plus aucun doute aujourd'hui.

## La régulation des apprentissages scolaires

En contexte scolaire les apprentissages et performances cognitives des élèves ne sont pas le simple reflet de leurs compétences et de leurs efforts individuels (1999).

La pression peut prendre différentes formes telles que l'attente de récompenses de punition, la présence d'un public évaluative, une situation de compétition, ou encore le fait que la performance reflète des aspects importants de soi. Des recherches indiquent que la focalisation intentionnelle induite par le traitement de la situation ne permettrait de traiter que les éléments centraux de la tâche (2004).

La littérature atteste que: à compétence légale, pour améliorer ses performances, ce que l'on croit être capable de faire semble être au moins aussi important que l'on est capable de faire(2001).

Les élèves en situation de réussite scolaire posséderaient un schéma de soi de réussite scolaire. En revanche, pour les élèves de faible niveau scolaire les résultats ne sont pas symétriques. Ces élèves ne possèdent pas de schéma de soi d'échec scolaire. Ils se définissent majoritairement avec des adjectifs reliés à la réussite scolaire, mais en moindre quantité que les bons élèves (1995-2004).

Lorsque les individus sont membres d'un groupe de faible statut, leur sentiment d'appartenance est plus fort, et l'influence du groupe sur le soi est renforcée (1988-2002).

Le groupe classe permet à l'élève d'être entouré de cibles de comparaison pertinentes car relativement similaire à soi (2004). L'élève peut choisir des cibles de comparaison avec fins d'amélioration de soi ou de protection de soi (1954-2004).

L'enseignant peut influencer les apprentissages des élèves de manière directe par sa manière de communiquer et par ses pratiques évaluatives mais également de manière indirecte par les jugements qu'il porte sur les élèves (2006).

Une hypothèse générale de correspondance a été proposée soutenant que les étudiants qui ont une image positive d'eux-mêmes en termes de compétences ont besoin d'un enseignant qui tient compte de leurs compétences et de leur position, alors que ceux qui ont une moins bonne image d'eux-mêmes ont besoin d'un style plus directif qui leur donne un cadre clair (2006).

Les études qui s'intéressent aux effets des pratiques évaluatives sur les buts d'accomplissement indiquent que le fait de recevoir une évaluation par note renforcerait un but d'implication de l'égo, alors qu'un retour sous la forme d'un

commentaire constructif concernant des pistes d'amélioration favoriserait un but d'implication dans la tâche et une meilleure performance sur les tâches ultérieures. D'autres résultats suggèrent que la simple anticipation d'une évaluation par note influence la motivation initiale des étudiants et les oriente vers le but d'éviter au maximum de montrer son incompetence avant même de commencer la tâche (2009). L'évaluation avec note en comparaison avec un contexte de non-évaluation induit un degré inférieur de motivation intrinsèque, réduit le sentiment d'autonomie et encourage les élèves à choisir des tâches faciles afin d'éviter la menace de l'échec (1972-1986).

Les disciplines scolaires ne sont pas toutes équivalentes quant à l'enjeu qu'elle véhicule. Certaines disciplines sont peu valorisées, c'est le cas du dessin par exemple. D'autres au contraire, sont plus valorisées comme les mathématiques (1985-2001). En France, les enseignants du primaire, d'une manière générale, placent les disciplines rattachées à l'apprentissage du français au sommet de cette hiérarchie. Suivent les disciplines mathématiques et scientifiques puis les disciplines dites secondaires (2007). Cette hiérarchisation sociale des disciplines, le modèle des choix relatifs à la réussite de Eccles (1997) postule que la valeur subjective accordée aux disciplines constitue, au même titre que les perceptions de compétences, un prédicteur motivationnel crucial de la performance et des choix académiques.

La situation d'apprentissage sera empreinte de multiples influences sociales allant des différents acteurs présents aux disciplines enseignées. La réalité de la place ne sera donc à la même pour tous.

Le culte de la réussite est omniprésent dans notre société (2006). Réussir est extrêmement valorisé.

La simple existence d'une réputation d'infériorité affecte le rapport qui s'installe entre la personne porteuse d'une mauvaise réputation et la tâche qu'elle doit réaliser (1995).

Le contexte de présentation d'une tâche est susceptible d'influer sur la performance des élèves en situation de réussite ou d'échec scolaire. Des collégiens devaient mémoriser puis reproduire une figure complexe. Pour la moitié des élèves, cette tâche était présentée comme une évaluation de leurs attitudes en géométrie. Pour l'autre moitié des élèves, il s'agissait de réaliser une épreuve d'évaluation en dessin. Dans le contexte de la géométrie, la performance des élèves en échec scolaire était très inférieure à celle des élèves en réussite scolaire. Par contraste, dans le contexte des arts plastiques, la performance des élèves en échec scolaire était meilleure et ne différait plus de celle des élèves en situation de réussite (2001).

Si de nombreuses études ont traité les croyances à propos de l'intelligence comme des variables individuelles, les recherches montrent que ces croyances sont modifiables. Il est possible d'influencer les théories de l'intelligence des élèves et, par la suite, d'améliorer leurs performances (2003).

De nombreuses études prouvent que la poursuite de but de maîtrise produit des effets bénéfiques en situation d'apprentissage (2005).

## **Difficultés d'apprentissage et pratiques d'enseignement**

Plusieurs travaux récents montrent que l'école requiert souvent des connaissances, des compétences, et des procédures qu'elle n'enseigne pas, qu'elle n'enseigne pas assez ou qu'elle enseigne à un moment donné et n'enseigne plus ensuite (1992-2005).

Certains élèves ont seulement besoin que l'école leur conseille explicitement ou continue à leur enseigner les savoirs et les compétences qu'elle requiert même si elles ne sont au programme de la classe qu'ils fréquentent (2004-2008). Ceci permet de mieux comprendre pourquoi, dans la plupart des pays occidentaux, les enfants issus de l'immigration et de milieux socio-économiques défavorisés sont plus souvent déclarés élèves présentant des difficultés d'apprentissage et sont plus souvent placés dans des écoles et classes spéciales que leurs homologues de milieux favorisés (2004-2008).

Les élèves en difficulté ont de la peine à faire le lien entre deux situations, la nouvelle et la deuxième traitée antérieurement, quand les contenus et le contexte diffèrent. L'emploi de leurs connaissances est donc flexible et dépendant du contexte dans lequel elles ont été acquises (1995).

C'est le traitement spécifique d'explicitation des connaissances des contextes de réalisation de la situation action qui fait le moteur de la construction d'outils cognitifs de niveau supérieur qui gagne en lisibilité et en voie de généralisation (1996).

De nombreux auteurs posent que, pour être efficaces, les pratiques d'enseignement doivent viser l'amélioration du développement conceptuel et du fonctionnement (1996).

En ce qui concerne les procédures métacognitives, bon nombre d'enseignants spécialisés choisissent de répondre systématiquement aux demandes que les élèves leur adressent. Ce faisant, il joue essentiellement un rôle de prothèse externe. Ce type de pratiques permet aux élèves de maintenir leur attention sur l'activité et de réussir la tâche demandée. Mais il ne permet pas aux élèves d'apprendre les procédures efficaces (2006).

Une recherche menée en 2002 fait apparaître que les aides apportées par les enseignantes aux élèves les plus habiles sont surtout des aides à la planification et au contrôle et portent donc le plus souvent sur des aspects métacognitifs. Celle dont bénéficient les élèves les moins performants sont loin d'être de même nature.

De nombreux enseignants attribuent les déficits d'attention à un trouble du comportement, ils ont alors tendance à intervenir pour leur demander de rester concentré pour apporter leur secours. Ce faisant, ils tentent de surprotéger les élèves de leur rôle répondant, en contrôlant les conditions d'accomplissement d'une tâche ; ils les encouragent, renforcent des stratégies d'évitement de l'activité, accroissent leur dépendance à l'égard de l'adulte. Le manque d'attention proviendrait souvent d'une difficulté à comprendre -donc à traiter- les tâches proposées, difficultés qui diminuent aussi le sentiment de compétence et l'intérêt pour les savoirs en jeu (1998-2009).

Si l'on veut que les élèves comprennent les objectifs et les enjeux des séances d'enseignement, il faut les rendre explicites aux yeux des élèves ; leur expliquer ce que l'on cherche à leur faire apprendre, pourquoi et comment. Concrètement, cela signifie que chaque nouvelle séance commence par le rappel de ce qui a été précédemment appris (activation de la mémoire didactique) et la présentation claire du nouvel objectif. Au fil des séances, il importe aussi d'indiquer le but de chacune des tâches en lien avec l'objectif général et inviter les élèves à s'interroger a priori sur les procédures qu'il convient d'appliquer en lien avec des tâches déjà effectuées. S'ils n'en disposent pas encore, on n'hésite pas à leur enseigner en centrant leur attention sur leur intérêt et leur efficacité pour la résolution de la tâche. Une synthèse conclut chaque séance dans laquelle l'enseignant et l'élève font le point de ce qui vient d'être appris et sur ce qui mérite d'être encore approfondi et qui sera l'objectif de la séance suivante.

En multipliant les tâches de traitement collectif et public sur elle immédiatement commentée par l'enseignant les élèves, on a croisé les occasions de faire comprendre aux élèves ce qu'on attend d'eux.

Dans la grande majorité des classes, les professeurs que leur enseignement sur le niveau moyen des élèves. Quand ils opèrent une différenciation, celle-ci concerne plutôt la réduction de la longueur des tâches du nombre de questions à traiter. Si cette option pédagogique profite à la grande majorité des élèves, elle place souvent les plus faibles d'entre eux hors-jeu de la situation scolaire tant les compétences requises par les tâches excèdent celles dont ils disposent. La question qui se pose à tous les enseignants est donc celle de savoir comment mener un enseignement qui soit également profitable aux plus faibles d'entre eux. Pour notre part, nous optons pour une planification calculée pour répondre aux besoins de ces derniers qui garantit à tout l'accès aux compétences requises à et par l'école. Mais nous sommes donc aussi pour une différenciation destinée aux élèves les plus performants et, plus facilement autonome, qui sont invitées parfois à réaliser plus d'exercice ou de tâches de production écrite mais sans bouleverser la progression collective ni accélérer son rythme.

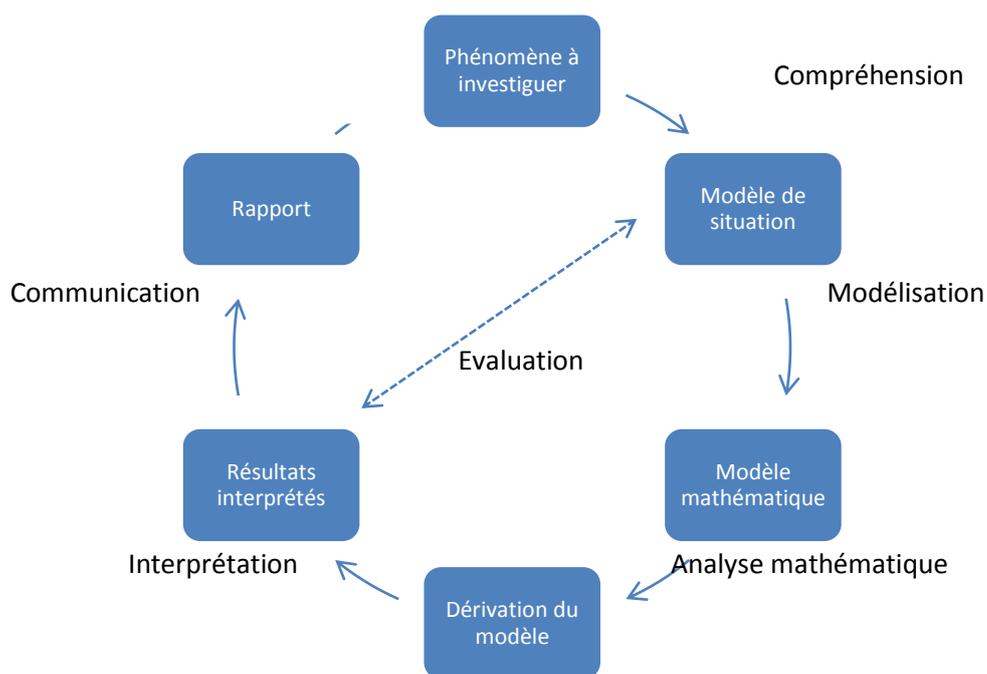
La répétition d'une tâche ne suffit pas à garantir la réussite de l'entreprise pédagogique. Il est utile de multiplier les tâches qui requièrent la mise en œuvre d'une même procédure mais en faisant varier les buts, les consignes, les habillages et les contenus disciplinaires pour solliciter les élèves dans des registres cognitifs différents.

## La modélisation des problèmes mathématiques

### Modélisation de la modélisation mathématique

La modélisation mathématique correspond à un processus de pensée complexe impliquant six phases principales :

1. Une phase de compréhension du phénomène à investiguer
2. Le sujet construit au recours à un modèle mathématique articulant les différents éléments de la situation
3. Le sujet exécute des opérations mathématiques et aboutit à certains résultats
4. Il interprète les résultats de ces, afin d'arriver à une solution applicable à la situation réelle
5. Il évalue le modèle en contrôlant si le résultat mathématique qu'il a interprété est approprié à la situation problématique de départ et s'il juge la solution satisfaisante
6. Il la communique



Dans certains cas, le processus de modélisation revient à structurer l'information du problème réel en fonction d'un modèle mathématique disponible dans la mémoire à long terme du sujet dans un format schématique.

Dans la plupart des cas la situation réelle requiert du sujet un travail de construction reconstruction, d'affinement ou d'élargissement des modèles mathématiques.

Certaines activités de modélisation sont utilisées afin de favoriser le développement de concepts mathématiques. Elle est désignée sous le nom de modélisation émergente. C'est un type d'enseignements socioconstructiviste qui se traduit par une mise en scène didactique.

Le besoin d'élaborer un modèle mathématique est souvent nourri du souci qu'il soit réutilisable et transférable. C'est souvent le cas lorsque l'activité de modélisation mathématique se déploie dans un contexte de formation professionnelle. L'objectif à terme est que les étudiants développent jusqu'à un certain degré des routines et, partant une facilité pour structurer les données d'une catégorie de problèmes en fonction d'un modèle mathématique, celui-ci étant supposée garantir l'obtention rapide d'une solution correcte. L'inconvénient de cette approche pédagogique traditionnelle est que les apprenants sont finalement tentés d'appliquer les modèles mathématiques familiers même lorsque ce n'est pas pertinent.

Bien que la modélisation soit le plus souvent mobilisée pour répondre à des questions bien définies ce n'est pas toujours le cas, au contraire. Il importe d'ailleurs de noter que le terme de modèle est aussi utilisé pour désigner une activité mathématique théorique. On peut par exemple considérer les fractales. S'il existe dans la nature des « patterns » qui peuvent être vus comme des fractales, la modélisation mathématique est bien de décrire et de créer un nouvel objet indépendamment de toute existence et référence au monde sensible.

Dans la vie réelle et plus particulièrement dans le monde professionnel, les activités de modélisation sont rarement menées à titre individuel.

Le plus souvent, la démarche de modélisation ne respecte par la suite des six phases du modèle. Il s'agit plutôt de cycles qui, regroupant momentanément plusieurs phases, reflètent un processus d'approfondissement, de réajustement voire d'abandon du modèle initial. Dès lors que le problème est complexe, toute solution est inéluctablement provisoire et, partant, discutable.

## Les problèmes verbaux

Par problèmes verbaux, il faut entendre les descriptions verbales de situations problématiques qui, présentées en contexte d'apprentissage scolaire, adressent une question aux élèves, question qui trouve sa réponse dans l'exécution d'une ou de plusieurs opérations arithmétiques appliquées sur des données numériques mises à disposition des élèves par l'énoncé du problème.

Par le biais de ces artefacts pédagogiques, on peut espérer préparer les élèves aux situations de la vie quotidienne dans lesquelles sont supposés recourir à leurs compétences mathématiques, tout en évitant le contact direct avec la réalité finalement rendue présente à l'évocation verbale. Depuis fort longtemps, les problèmes verbaux remplissent une fonction de mise en application de procédures mathématiques, et ceci sans véritable réflexion. Pour la plupart, les enseignants, les auteurs de manuels et même les chercheurs semblent ignorer la difficulté d'articuler la mobilisation de certaines procédures mathématiques spécifiques et l'analyse des situations de la vie quotidienne.

En 1980, des chercheurs ont présenté à des élèves de l'école primaire le problème absurde suivant : « Il y a vingt-six moutons et dix chèvres sur un bateau. Quel est l'âge du capitaine ? »

La majorité d'entre eux étaient prêts à proposer une réponse à ce problème insoluble en combinant les nombres donnés dans le problème, sans avoir apparemment conscience de l'absence de sens du problème et de leurs solutions. En 1983 Radatz a montré le que le nombre d'élèves adoptant pareille attitude allait avec la : 10 % en maternelle et en première année, 30 % en deuxième année de primaire est presque 60 % en troisième et en quatrième. (NDLR : j'ai fait le même constat en quatrième avec le problème suivant : « Pour ranger cet atelier de peinture en désordre, il me faut 6 jours, dit Pierre. A moi, il me faut 12 jours, dit Marie. Si Pierre et Marie travaillent ensemble, combien de temps mettront-ils ? ». Les trois quarts des élèves m'ont donné la réponse  $(6+12)/2= 9$  jours soit une durée plus longue que pour Pierre tout seul).

Voici trois exemples de problème :

450 soldats doivent être conduits à leur site d'entraînement. Chaque bus de l'armée peut contenir 36 soldats. Combien de bus sont nécessaires ?

Le meilleur temps de John pour courir le 100 mètres est de 17 secondes. Combien de temps prendra-t-il pour courir 1 km ?

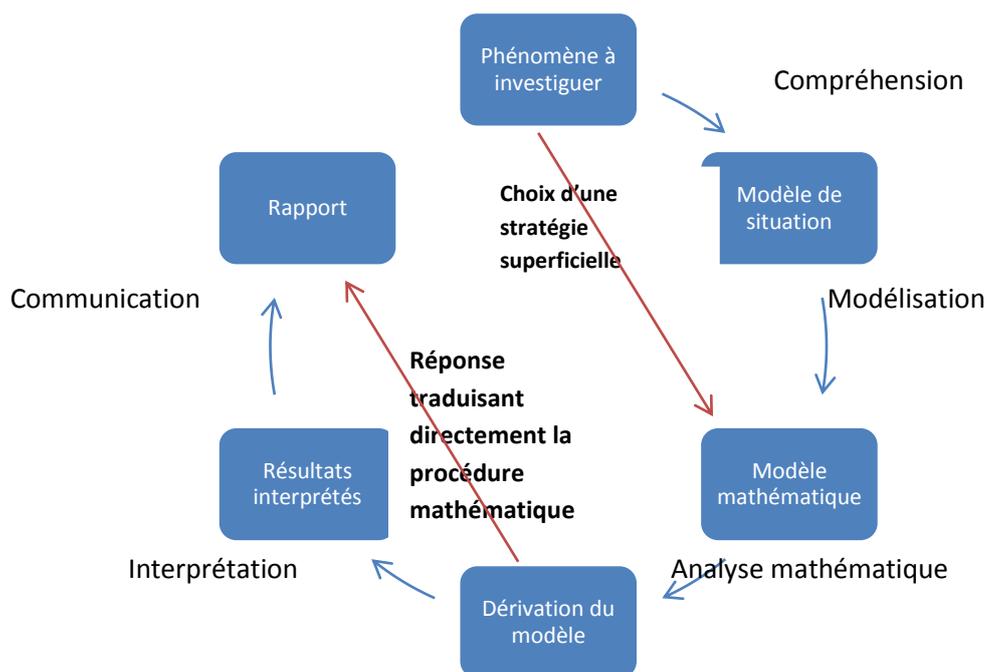
Antoine et Alice vont à la même école. Antoine habite à une distance de 17 km de l'école et Alice à 8 km. À combien de kilomètres Alice et Bruce habitent-ils l'un de l'autre ?

On observe une forte tendance de la part des étudiants à négliger toute prise en considération de la réalité et, donc, à fournir une réponse en fonction de la simple application des opérations arithmétiques, par exemple 12,5 au premier problème. Dans une étude menée en 1994, seulement 17 % de toutes les réponses peuvent être considérées comme réaliste (13 % pour le premier problème).

En 2002, les chercheurs observent que 80 % des élèves entre tous essais en entre douze et seize ans réagit de façon inappropriée, en donnant la réponse vingt-quatre heures, au problème suivant : étant donné qu'un fermier a mis 8 heures pour fertiliser un champ carré de 200 mètres de côté, de combien de temps a-t-il besoin pour fertiliser un champ carré dont le côté mesure 600 mètres ? Comme dans l'étude de Radatz, les chercheurs observent, au moins pour certains problèmes, que le nombre de réponses correctes diminue avec la rage et ceci en raison du recours de plus en plus marqué à des automatismes de calcul.

## Démarche experte vs superficielle

Par démarche superficielle en matière de modélisation mathématique, il faut entendre la mobilisation d'un modèle mathématique, correcte par ailleurs, appliquée en vertu d'un indice de surface, éventuellement, en fonction de certains mots-clés, comme plus ou fois, et la communication du résultat des calculs sans retour sur l'énoncé ou la situation-problème afin de vérifier si la réponse proposée a du sens par rapport à la question posée ou si elle est réaliste. Par rapport au modèle présenté ci-dessus, cela signifie que certaines phases du processus sont court-circuitées comme le montre la figure ci-après :



Dans le problème du capitaine, l'erreur vient de ce que des opérations arithmétiques sont appliquées à des données numériques qui n'ont aucune relation logique entre. Donc le problème des bus ayant à emmener les soldats, l'erreur réside dans la communication du résultat en l'absence de réflexion sur son caractère réaliste, mais le modèle mathématique mobilisée est correct à l'opposé de démarche superficielle, une démarche experte de modélisation se traduit par la mobilisation de toutes les bases mentionnées

Dans le modèle décrit ci-dessus, c'est bien un processus complexe dont il s'agit, un processus qui requiert une expertise adaptative bien plus que la mise en œuvre de routines. On le complète des éléments suivants :

- La compréhension du phénomène demande sa connaissance
- Il est nécessaire de connaître les buts de la modélisation
- L'analyse mathématique demande de faire un bilan des ressources disponibles
- L'interprétation du modèle exige la comparaison avec des modèles alternatifs
- La communication doit être compatible avec la nature et les circonstances du problème ainsi que le but poursuivi

En situation scolaire, les exigences n'iront généralement pas au-delà d'un rapport censé du résultat obtenu par les calculs. Dans une situation réelle, il peut être approprié et, dans certains cas, indispensable de fournir des explications sur la façon dont le résultat a été obtenu, de développer des arguments concernant le modèle mathématique utilisé et les raisons pour lesquelles d'autres méthodes ont été rejetées, de comparer de manière critique différentes façons de procéder. Dans ce cas, les sujets doivent ajuster leur communication au destinataire.

Selon Lampert (1990), la représentation commune des mathématiques renvoie à une collection de stéréotypes :

- les mathématiques sont associées à l'idée de certitude, et avec la possibilité de donner rapidement une réponse correcte et précise ;
- faire des maths correspond à l'application de règles enseignées par le professeur ;
- faire des maths signifie être capable de rappeler et utiliser les règles correctes quand le professeur le demande;
- la réponse à une question mathématique ou un problème est vraie quand elle a été approuvée par l'autorité d'un professeur.

L'hypothèse explicative est que ces phénomènes résultent de processus tacites, liés à l'immersion régulière dans une culture propres aux leçons de mathématiques. Dit autrement, une telle évolution serait tributaire de la perception et de l'interprétation par les élèves du contrat didactique (Brousseau 1997) ou des normes socio-mathématiques (1997) qui régissent en partie, explicitement, mais principalement, de façon implicite, comment il est convenu de se comporter, de réfléchir et de communiquer avec l'enseignant dès lors que l'on fait des mathématiques. Plus précisément, cette enculturation mathématique serait liée, d'une part à la nature des problèmes soumis aux élèves et, d'autre part à la façon dont les enseignants conçoivent et traitent les problèmes.

Après un échantillon de problèmes tels qu'ils apparaissent dans les manuels ou sont présentés en place, deux chercheurs concluent en 1997 comme suit :

« Seulement une faible proportion de problèmes utilisés en classe et dans les manuels, invite les étudiants à régler à recourir à leur connaissance et expérience de la vie quotidienne. La plupart des problèmes verbaux que l'on rencontre dans les classes mathématiques sont sémantiquement pauvres, renvoyant à des structures stylistiques canoniques, correspondant à des formes de langage simplifié. Par expérience, les élèves savent que tous les problèmes ont une solution, que toutes les données numériques fournies dans l'énoncé doivent être utilisées et que tout ce qui est nécessaire à la solution se trouve dans les données numériques ou autres. »

On peut ajouter à cette analyse indiquait que, dans la plupart des leçons de mathématiques impliquant des problèmes verbaux, le modèle mathématique il semble judicieux d'appliquer dès la première lecture s'avère être le bon. De surcroît, les énoncés contiennent l'un ou l'autre mot-clé ou indice permettant aux élèves d'identifier aisément les opérations à exécuter, tout ceci étant agencé, apparemment, de façon intentionnelle, dans une perspective qui favorise les routines. Par le fait même, il faut rarement plus de quelques minutes aux élèves pour trouver la solution qui se résume le plus souvent à une réponse chiffrée unique qu'il n'est pas demandé d'expliquer ou de justifier (1985-1992).

## Promesses et obstacles de la modélisation mathématique

Il convient, à juste titre, se demander jusqu'où il est possible d'aller dans nos efforts pour rendre les situations mathématiques authentiques. Autrement dit, quel degré de complexité et de réalisme est-il possible et souhaitable d'atteindre dans la conception de situation scolaire authentique. Des recherches en 1900,17 € 2005 montrent qu'il y aura toujours une divergence infrangible entre les situations quotidiennes et les tâches scolaires ou les épreuves de test.

En 2001 deux chercheurs proposent une classification qui met l'accent sur les différents processus de pensée qui sont attendus de la part des élèves, mais prend également en compte la nature du lien entre problème verbal et réalité :

- problèmes avec contexte irréaliste dans lesquels les contraintes de la réalité sont sérieusement violées ;
- problèmes sans contexte dans lesquels la prise en considération du contexte est sans importance en ce sens qu'elle n'influe pas sur la solution ; ce type de problème peut servir à poser une question purement mathématique ;
- problèmes d'application, dans lesquels la situation renvoie à des événements réels et, partant, les procédures mathématiques doivent être contexte visées ; cependant la procédure à mobiliser est canonique;
- problèmes requérant une modélisation approfondie dans lesquels aucune procédure mathématique ne s'impose d'emblée à la lecture de l'énoncé et dans lesquels la définition et la formation du problème doit être élaborée, au moins partiellement, par le sujet.

Une autre question essentielle est de se demander à partir de quel âge commencer l'enseignement des mathématiques dans une perspective orientée vers la modélisation.

Une étude menée par des chercheurs en 2005 montre bien la difficulté des jeunes élèves à l'égard de la modélisation. Le résultat le plus important de cette étude est que pour tous les problèmes, le nombre de calculs corrects est toujours inférieur au nombre de réponses correcte. Concrètement cela signifie qu'aucun élève n'est parvenu à produire un calcul correct s'il n'avait pas au préalable, résolu le problème correctement.

Au cours de ces dernières années (2001), plusieurs auteurs, ont plaidé avec vigueur en faveur d'une éducation mathématique qui engage tous les élèves dans une perspective ciblée sur la modélisation. Cette prise de position est d'ordre politique. Il s'agit de prendre en considération le rôle social que peut jouer l'enseignement des mathématiques. Il est, selon eux, essentiel que tous les élèves apprennent à utiliser les modèles mathématiques comme des outils à analyser le réel. Ceci implique d'ouvrir l'enseignement des mathématiques à tous les phénomènes d'ordre technique, social ou culturel rencontrés par les élèves, ce qui a pour conséquence un risque de débordement eu égard à la diversité des expériences de vie des élèves (1994).