

Comparaison de la notion de dérivée en sciences physiques et en mathématiques

Mathématiques	Sciences physiques
Fonction f de variable x : $f(x)$. Équation de la courbe représentative : $y = f(x)$.	Fonction x de la variable t : $x(t)$. Exemple : position $x(t)$ d'un point sur une droite en fonction du temps t .
Variation de f entre a et x : $\Delta y = f(x) - f(a)$	Variation de x entre t_0 et t : $\Delta x = x(t) - x(t_0)$.
Variation de x : $h = x - a$.	Variation de t : $\Delta t = t - t_0$.
Taux d'accroissement de f entre a et x : $\frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$.	Vitesse moyenne entre les instants t_0 et t : $\frac{x(t) - x(t_0)}{t - t_0} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$.
Limite de ce taux quand x tend vers a : $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \dots$	Limite de ce taux quand t tend vers t_0 : $\lim_{t \rightarrow t_0} \frac{x(t) - x(t_0)}{t - t_0} = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \dots$
..., c'est-à-dire, quand $h = x - a$ tend vers 0 : $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + h) - f(a)}{h} = f'(a)$. C'est le nombre dérivé de f en a, c'est à dire quand $\Delta t = t - t_0$ tend vers 0 : $\lim_{t \rightarrow t_0} \frac{x(t) - x(t_0)}{t - t_0} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}(t_0) = \dot{x}(t_0)$. C'est la vitesse instantanée du point à l'instant t_0 .
Cette limite dépend de a , mais pas de x , variable « consommée » lors du passage à la limite.	Cette limite dépend de t_0 , mais pas de t , variable « consommée » lors du passage à la limite.