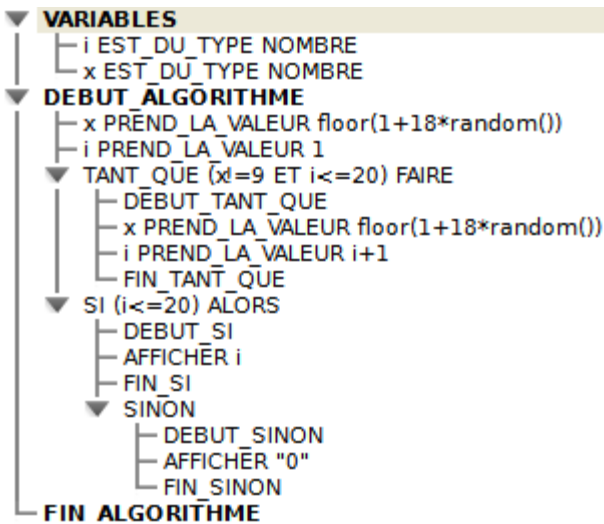


# Algorithmique et probabilités

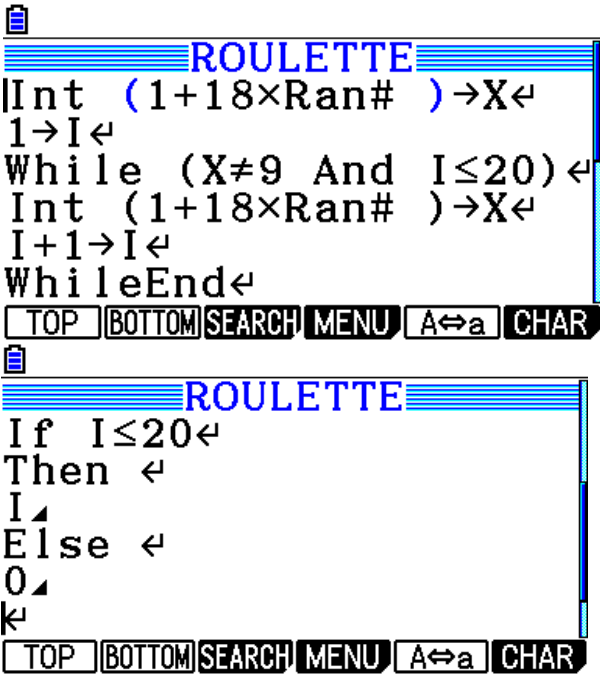
## La roulette

Une roulette est divisée en 18 secteurs numérotés de 1 à 18. Le croupier propose aux joueurs 20 parties successives. L'un des joueurs attend la sortie de son numéro fétiche, le 9...



1. Expliquer le fonctionnement de cet algorithme et la sortie.
2. Programmer votre calculatrice.

Certaines instructions peuvent apparaître en français dans certains modèles.

Programme Casio	Programme TI
 <pre>ROULETTE Int (1+18×Ran# )→X↵ 1→I↵ While (X≠9 And I≤20)↵ Int (1+18×Ran# )→X↵ I+1→I↵ WhileEnd↵ If I≤20↵ Then ↵ I↵ Else ↵ 0↵ ↵</pre>	<pre>PROGRAMME:ROUL :int(1+18*rand)-&gt;X :1-&gt;I :While( x≠9 and I ≤ 20) :int(1+18*rand)-&gt;X : +1-&gt;I :End :If I ≤ 20 :Then :Disp I :Else :Disp "0" :End</pre>

X = Alpha+x, ce n'est pas le X de la variable  
≠ se trouve dans Prgm Relt  
≤ options LOGIC

## Listes, fluctuation d'échantillonnage

On simule avec le programme suivant 100 expériences de 10 lancers d'un dé cubique supposé équilibré.

Programme TI	Programme Casio
EffListe $L_1, L_2$ $0 \rightarrow X$ For(I, 1,100) $0 \rightarrow N$ For(K, 1,10) If ent( $6 \times \text{NbrAléa} + 1$ ) = 6 Then..... $N + 1 \rightarrow N$ End End $N \rightarrow L_1(I)$ $X + N \rightarrow X$ $X/I \rightarrow L_2(I)$ End	ClrList $0 \rightarrow X$ For I $\rightarrow 1$ To 100 $0 \rightarrow N$ For J $\rightarrow 1$ To 10 If int( $6 \times \text{Rand\#} + 1$ ) = 6 Then..... $N + 1 \rightarrow N$ IfEnd Next $N \rightarrow \text{List1}[I]$ $X + N \rightarrow X$ $X/I \rightarrow \text{List2}[I]$ Next

Quelle variable aléatoire étudie-t-on?

Quelle information le 100eme terme de la liste 2 donne-t-il ?

Noter ce terme pour une vingtaine de simulations.

Simuler 100 expériences de 100 lancers, noter ce terme pour une vingtaine de simulations. Comparer et conclure.

## Les anniversaires

$n$  personnes forment une assemblée et on associe le jour de leur naissance à un nombre entier compris entre 1 (pour le 1<sup>er</sup> janvier) et 365 (pour le 31 décembre). On peut imaginer que les dates de naissance de ces  $n$  personnes revient à réaliser un tirage de  $n$  boules numérotées de 1 à 365 avec remise.

1) En utilisant la technique des cases de choix, déterminer la probabilité que deux personnes choisies au hasard n'aient pas la même date de naissance.

2) Quelle est la probabilité pour que trois personnes choisies au hasard aient toutes les trois, des dates d'anniversaires différents ?

3) Quelle est la probabilité pour que deux personnes au moins parmi les trois aient le même jour d'anniversaire ?

On note  $A_n$  l'évènement « parmi  $n$  personnes prises au hasard, toutes les dates de naissances sont différentes.

4) Calculer  $p(A_4)$  et vérifier que  $p(A_4) = p(A_3) \times \frac{362}{365}$

5) Justifier la relation  $p(A_{n+1}) = p(A_n) \times \frac{365-n}{365}$

6) Justifier que les nombres  $p(A_n)$  décroissent lorsque  $n$  croît. Quelle est la probabilité qu'au moins deux personnes aient la même date de naissance ?

L'algorithme de calcul de  $p(A_n)$  est le suivant. L'adapter et le programmer pour répondre aux questions posées.

```
Lire N
Affecter 1 a P
Pour M allant de 1 a N - 1 Faire
Affecter P x (365 - M) / 365 a P
Fin Faire
Afficher P
```

7) Calculer la probabilité qu'au moins deux personnes aient la même date de naissance dans votre classe.

8) Calculer le nombre de personnes de l'assemblée pour que la probabilité qu'au moins deux personnes aient la même date de naissance soit supérieure à 0,5. Même question avec 0,95.

## Scrat cherche son gland



L'écureuil Scrat pense avoir lancé son gland dans la neige à une distance maximale de 10 pas. N'étant pas un spécialiste de la recherche rationnelle, pour le retrouver, il se déplace à chaque inspection d'un pas, dans l'une des quatre directions Nord, Sud, Est, ou Ouest choisies au hasard et équiprobables. En fait Scrat a lancé un caillou et a gardé son gland dans la main. Il va abandonner sa recherche et s'apercevoir de son erreur une fois sorti du cercle d'un rayon de 10 pas.

On appelle  $N$  la variable aléatoire correspondant au nombre de pas qu'il devra effectuer avant de sortir du cercle. On va simuler la recherche de Scrat 400 fois pour estimer les probabilités suivantes à partir des fréquences:

- A : Scrat sort du cercle en moins de 20 pas
- B : Scrat sort du cercle entre 21 et 40 pas
- C : Scrat sort du cercle entre 41 et 60 pas
- D : Scrat sort du cercle à partir de 61 pas

On va supposer que Scrat se trouve initialement au point de coordonnées (0 ;0) . Il se dirige ensuite vers le point de coordonnées (X ;Y). Le choix de la direction se fait en ajoutant ou en retranchant 1 aux coordonnées précédentes.

On donne l'algorithme suivant qui permet de faire une simulation et de trouver  $N$ . Adaptez le pour compléter le tableau ci-dessous et déterminer le nombre moyen de pas nécessaires pour sortir du cercle.

évènement	A	B	C	D
fréquence				

```

0 → X
0 → Y
0 → N
Tant que  $X^2 + Y^2 < 100$  Faire
N + 1 → N
Nb entier au hasard de 0 a 3 → N
Si Z = 0 alors X + 1 → X
Si Z = 1 alors X - 1 → X
Si Z = 2 alors Y + 1 → Y
Si Z = 3 alors Y - 1 → Y
Fin de Faire
Afficher N

```

Vous devrez fournir l'algorithme et/ou le programme complet ainsi que le listing des 400 résultats et le nombre de pas moyen obtenus.

```

1  VARIABLES
2  X EST_DU_TYPE NOMBRE
3  Y EST_DU_TYPE NOMBRE
4  Z EST_DU_TYPE NOMBRE
5  N EST_DU_TYPE NOMBRE
6  inspection
EST_DU_TYPE NOMBRE
7  fréquence EST_DU_TYPE
LISTE
8  i EST_DU_TYPE NOMBRE
9  Nliste EST_DU_TYPE
LISTE
10 somme EST_DU_TYPE
NOMBRE
11 DEBUT_ALGORITHME
12 inspection
PREND_LA_VALEUR 0
13 somme PREND_LA_VALEUR
0
14 POUR i ALLANT_DE 1 A
4
15 DEBUT_POUR
16 fréquence[i]
PREND_LA_VALEUR 0
17 FIN_POUR
18 POUR i ALLANT_DE 1 A
400
19 DEBUT_POUR
20 Nliste[i]
PREND_LA_VALEUR 0
21 FIN_POUR
22 TANT_QUE
(inspection<400) FAIRE
23 DEBUT_TANT_QUE
24 X PREND_LA_VALEUR 0
25 Y PREND_LA_VALEUR 0
26 N PREND_LA_VALEUR 0
27 inspection
PREND_LA_VALEUR
inspection+1
28 TANT_QUE
( $X^2+Y^2<100$ ) FAIRE
29 DEBUT_TANT_QUE
30 N PREND_LA_VALEUR
N+1
31 Z PREND_LA_VALEUR
floor(4*random())
32 SI (Z==0) ALORS
33 DEBUT_SI
34 TRACER_SEGMENT
(X,Y)->(X+1,Y)
35 X
PREND_LA_VALEUR X+1
36 FIN_SI
37 SI (Z==1) ALORS
38 DEBUT_SI
39 TRACER_SEGMENT
(X,Y)->(X-1,Y)
40 X
PREND_LA_VALEUR X-1
41 FIN_SI
42 SI (Z==2) ALORS
43 DEBUT_SI
44 TRACER_SEGMENT
(X,Y)->(X,Y+1)
45 Y
PREND_LA_VALEUR Y+1
46 FIN_SI
47 SI (Z==3) ALORS
48 DEBUT_SI
49 TRACER_SEGMENT
(X,Y)->(X,Y-1)
50 Y
PREND_LA_VALEUR Y-1
51 FIN_SI
52 FIN_TANT_QUE
53 Nliste[inspection]
PREND_LA_VALEUR N
54 SI (N<=20) ALORS
55 DEBUT_SI
56 fréquence[1]
PREND_LA_VALEUR
fréquence[1]+1
57 FIN_SI
58 SI (N>=21 ET N<=40)
ALORS
59 DEBUT_SI
60 fréquence[2]
PREND_LA_VALEUR
fréquence[2]+1
61 FIN_SI
62 SI (N>=41 ET N<=60)
ALORS
63 DEBUT_SI
64 fréquence[3]
PREND_LA_VALEUR
fréquence[3]+1
65 FIN_SI
66 SI (N>=61 ) ALORS
67 DEBUT_SI
68 fréquence[4]
PREND_LA_VALEUR
fréquence[4]+1
69 FIN_SI
70 FIN_TANT_QUE
71 POUR i ALLANT_DE 1 A
4
72 DEBUT_POUR
73 fréquence[i]
PREND_LA_VALEUR
fréquence[i]/400
74 FIN_POUR
75 AFFICHER "A : "
76 AFFICHER fréquence[1]
77 AFFICHER "B : "
78 AFFICHER fréquence[2]
79 AFFICHER "C : "
80 AFFICHER fréquence[3]
81 AFFICHER "D : "
82 AFFICHER fréquence[4]
83 POUR i ALLANT_DE 1 A
400
84 DEBUT_POUR
85 somme
PREND_LA_VALEUR
somme+Nliste[i]
86 FIN_POUR
87 somme PREND_LA_VALEUR
somme/400
88 AFFICHER "Nombre
moyen d'inspections pour
sortir : "
89 AFFICHER somme
90
91 FIN_ALGORITHME

```