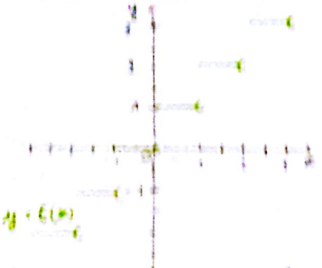
Continuité

↳ Définition

→ Soit a un réel et f une fonction définie sur un intervalle I contenant a.
La fonction f est **continue en a** ssi $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$

La fonction f est **continue sur l'intervalle I** si f est **continue en tout réel x de I**

Ex :

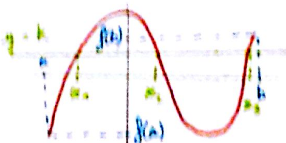


Cette fct° n'est pas continue sur ℝ, mais elle est continue sur tt intervalle de la forme $[n ; n+1[$ où n est un entier

→ Une fct° **dérivable** en un réel x est **continue en x**.
Une fct° **dérivable** sur un **intervalle** est **continue** sur cet **intervalle**

↳ Théorème des valeurs intermédiaires

→ Une fct° f continue sur un intervalle $[a ; b]$ (où a et b sont 2 réels tels que $a<b$) atteint ttes les valeurs comprises ent $f(a)$ et $f(b)$
pr tt réel k compris ent $f(a)$ et $f(b)$, il existe un réel c de l'intervalle $[a ; b]$ tel que $f(c) = k$



Continuité & Dérivabilité

⚠ Il est indispensable que la fct° f soit continue sur l'intervalle $[a ; b]$ pour utiliser le théo des VI sur cet intervalle

→ Soit f une fct° **continue** et **strictem^t monotone** sur un intervalle **$[a ; b]$**.
Alors pr tt réel k compris ent $f(a)$ et $f(b)$, il existe un unique réel c de $[a ; b]$ tel que **$f(c) = k$**

Lorsqu'une fct° f admet l'1 des tableaux suivants :

x	a	c	b
f	$f(a)$ ↗	k	↗ $f(b)$

x	a	c	b
f	$f(a)$ ↘	k	↘ $f(b)$

Alors l'équat° **$f(x) = k$ a une unique solut° c dans $[a ; b]$**. On peut alors utiliser le **tableau de valeurs de la fct° ou la calculatrice pour encadrer c** ou donner une **valeur approchée**

Calcul de dérivées

↳ $\left(\sqrt{u(x)}\right)'$

→ Soit u une fct° définie et dérivable sur I. Alors la fct° $f : x \mapsto \sqrt{u(x)}$ est dérivable sur tt intervalle J inclus ds I tel que pr tt x de J, $u(x) > 0$, $f'(x) = \frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$

↳ $(u(x))^n$ pour n entier relatif non nul

→ Soit u une fct° définie et dérivable sur I.
Alors la fct° $f : x \mapsto (u(x))^n$ est dérivable :
- sur I, si $n > 0$
- sur tt intervalle J inclus ds I tel que, pr tt x de J, $u(x) \neq 0$ si $n < 0$

Et pr tt x de l'ensemble de dérivabilité de f,
$f'(x) = n \times u'(x) \times (u(x))^{n-1}$

- $g(x) = f(u(x))$
  ⇒ $g'(x) = u'(x) \times f'(u(x))$
- $(e^u)' = u'(x)\, e^{u(x)}$
- $\left(\frac{1}{u^n}\right)' = -n \frac{u'}{u^{n+1}}$