
Coordonnées du centre et rayon du cercle circonscrit à un triangle

Sujets

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Dans chacun des exercices proposés ci-dessous, déterminez les coordonnées du centre Ω du cercle Γ circonscrit au triangle ABC et calculez son rayon.

Exercice 1 $A(-4; 4)$, $B(0; 3)$ et $C(5; 0)$.

Exercice 2 $A(5; -4)$, $B(-5; -2)$ et $C(4; 1)$.

Exercice 3 $A(4; 1)$, $B(-1; 3)$ et $C(4; 0)$.

Exercice 4 $A(0; 3)$, $B(5; 1)$ et $C(-1; 4)$.

Exercice 5 $A(1; -5)$, $B(2; 3)$ et $C(3; -3)$.

Exercice 6 $A(-1; 5)$, $B(-2; -1)$ et $C(0; 4)$.

Exercice 7 $A(5; -5)$, $B(1; -4)$ et $C(1; -1)$.

Exercice 8 $A(1; 3)$, $B(1; -4)$ et $C(-1; -1)$.

Exercice 9 $A(-1; 5)$, $B(-4; 2)$ et $C(2; 2)$.

Exercice 10 $A(3; 5)$, $B(-4; -2)$ et $C(5; 0)$.

Exercice 11 $A(-3; -3)$, $B(5; -1)$ et $C(-4; -1)$.

Exercice 12 $A(3; 1)$, $B(2; -2)$ et $C(2; -1)$.

Exercice 13 $A(-5; 2)$, $B(1; 0)$ et $C(-1; -1)$.

Exercice 14 $A(0; 0)$, $B(-5; -5)$ et $C(5; -1)$.

Exercice 15 $A(-3; -3)$, $B(-1; 1)$ et $C(3; 5)$.

Exercice 16 $A(-2; 0)$, $B(3; -3)$ et $C(0; -1)$.

Exercice 17 $A(4; -2)$, $B(2; 5)$ et $C(-4; 4)$.

Exercice 18 $A(-2; 2)$, $B(3; 1)$ et $C(4; 0)$.

Exercice 19 $A(3; 5)$, $B(-1; -3)$ et $C(4; -2)$.

Exercice 20 $A(5; 0)$, $B(-3; -5)$ et $C(-1; 5)$.

Solutions

Solution 1 Soit A , B et C les points de coordonnées respectives $(-4; 4)$, $(0; 3)$ et $(5; 0)$.

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[AB]$ est

$$8x - 2y + 23 = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[BC]$ est

$$5x - 3y - 8 = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[CA]$ est

$$18x - 8y + 7 = 0$$

On en déduit que le centre Ω du cercle Γ circonscrit au triangle ABC admet pour coordonnées

$$\left(-\frac{85}{14}; -\frac{179}{14} \right)$$

et son rayon est égal à $\frac{17\sqrt{\frac{97}{2}}}{7}$.

Solution 2 Soit A , B et C les points de coordonnées respectives $(5; -4)$, $(-5; -2)$ et $(4; 1)$.

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[AB]$ est

$$5x - y - 3 = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[BC]$ est

$$3x + y + 2 = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[CA]$ est

$$x - 5y - 12 = 0$$

On en déduit que le centre Ω du cercle Γ circonscrit au triangle ABC admet pour coordonnées

$$\left(\frac{1}{8}; -\frac{19}{8} \right)$$

et son rayon est égal à $\frac{13\sqrt{\frac{5}{2}}}{4}$.

Solution 3 Soit A , B et C les points de coordonnées respectives $(4; 1)$, $(-1; 3)$ et $(4; 0)$.

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[AB]$ est

$$10x - 4y - 7 = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[BC]$ est

$$5x - 3y - 3 = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[CA]$ est

$$2y - 1 = 0$$

On en déduit que le centre Ω du cercle Γ circonscrit au triangle ABC admet pour coordonnées

$$\left(\frac{9}{10}; \frac{1}{2}\right)$$

et son rayon est égal à $\frac{\sqrt{493}}{5}$.

Solution 4 Soit A , B et C les points de coordonnées respectives $(0; 3)$, $(5; 1)$ et $(-1; 4)$.

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[AB]$ est

$$10x - 4y - 17 = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[BC]$ est

$$4x - 2y - 3 = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[CA]$ est

$$x - y + 4 = 0$$

On en déduit que le centre Ω du cercle Γ circonscrit au triangle ABC admet pour coordonnées

$$\left(\frac{11}{2}; \frac{19}{2}\right)$$

et son rayon est égal à $\sqrt{\frac{145}{2}}$.

Solution 5 Soit A , B et C les points de coordonnées respectives $(1; -5)$, $(2; 3)$ et $(3; -3)$.

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[AB]$ est

$$x + 8y + \frac{13}{2} = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[BC]$ est

$$x - 6y - \frac{5}{2} = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[CA]$ est

$$x + y + 2 = 0$$

On en déduit que le centre Ω du cercle Γ circonscrit au triangle ABC admet pour coordonnées

$$\left(-\frac{19}{14}; -\frac{9}{14}\right)$$

et son rayon est égal à $\frac{\sqrt{\frac{2405}{2}}}{7}$.

Solution 6 Soit A , B et C les points de coordonnées respectives $(-1; 5)$, $(-2; -1)$ et $(0; 4)$.

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[AB]$ est

$$x + 6y - \frac{21}{2} = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[BC]$ est

$$4x + 10y - 11 = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[CA]$ est

$$x - y + 5 = 0$$

On en déduit que le centre Ω du cercle Γ circonscrit au triangle ABC admet pour coordonnées

$$\left(-\frac{39}{14}; \frac{31}{14}\right)$$

et son rayon est égal à $\frac{\sqrt{\frac{1073}{2}}}{7}$.

Solution 7 Soit A , B et C les points de coordonnées respectives $(5; -5)$, $(1; -4)$ et $(1; -1)$.

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[AB]$ est

$$8x - 2y - 33 = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[BC]$ est

$$y + \frac{5}{2} = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[CA]$ est

$$x - y - 6 = 0$$

On en déduit que le centre Ω du cercle Γ circonscrit au triangle ABC admet pour coordonnées

$$\left(\frac{7}{2}; -\frac{5}{2}\right)$$

et son rayon est égal à $\sqrt{\frac{17}{2}}$.

Solution 8 Soit A , B et C les points de coordonnées respectives $(1; 3)$, $(1; -4)$ et $(-1; -1)$.

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[AB]$ est

$$y + \frac{1}{2} = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[BC]$ est

$$4x - 6y - 15 = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[CA]$ est

$$x + 2y - 2 = 0$$

On en déduit que le centre Ω du cercle Γ circonscrit au triangle ABC admet pour coordonnées

$$\left(3; -\frac{1}{2}\right)$$

et son rayon est égal à $\frac{\sqrt{65}}{2}$.

Solution 9 Soit A , B et C les points de coordonnées respectives $(-1; 5)$, $(-4; 2)$ et $(2; 2)$.

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[AB]$ est

$$x + y - 1 = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[BC]$ est

$$x + 1 = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[CA]$ est

$$x - y + 3 = 0$$

On en déduit que le centre Ω du cercle Γ circonscrit au triangle ABC admet pour coordonnées

$$(-1; 2)$$

et son rayon est égal à 3.

Solution 10 Soit A , B et C les points de coordonnées respectives $(3; 5)$, $(-4; -2)$ et $(5; 0)$.

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[AB]$ est

$$x + y - 1 = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[BC]$ est

$$18x + 4y - 5 = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[CA]$ est

$$4x - 10y + 9 = 0$$

On en déduit que le centre Ω du cercle Γ circonscrit au triangle ABC admet pour coordonnées

$$\left(\frac{1}{14}; \frac{13}{14}\right)$$

et son rayon est égal à $\sqrt{\frac{2465}{2}}$.

Solution 11 Soit A , B et C les points de coordonnées respectives $(-3; -3)$, $(5; -1)$ et $(-4; -1)$.

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[AB]$ est

$$4x + y - 2 = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[BC]$ est

$$2x - 1 = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[CA]$ est

$$2x - 4y - 1 = 0$$

On en déduit que le centre Ω du cercle Γ circonscrit au triangle ABC admet pour coordonnées

$$\left(\frac{1}{2}; 0\right)$$

et son rayon est égal à $\frac{\sqrt{85}}{2}$.

Solution 12 Soit A , B et C les points de coordonnées respectives $(3; 1)$, $(2; -2)$ et $(2; -1)$.

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[AB]$ est

$$x + 3y - 1 = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[BC]$ est

$$y + \frac{3}{2} = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[CA]$ est

$$2x + 4y - 5 = 0$$

On en déduit que le centre Ω du cercle Γ circonscrit au triangle ABC admet pour coordonnées

$$\left(\frac{11}{2}; -\frac{3}{2}\right)$$

et son rayon est égal à $\frac{5}{\sqrt{2}}$.

Solution 13 Soit A , B et C les points de coordonnées respectives $(-5; 2)$, $(1; 0)$ et $(-1; -1)$.

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[AB]$ est

$$3x - y + 7 = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[BC]$ est

$$4x + 2y + 1 = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[CA]$ est

$$8x - 6y + 27 = 0$$

On en déduit que le centre Ω du cercle Γ circonscrit au triangle ABC admet pour coordonnées

$$\left(-\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$$

et son rayon est égal à $\frac{5}{\sqrt{2}}$.

Solution 14 Soit A , B et C les points de coordonnées respectives $(0; 0)$, $(-5; -5)$ et $(5; -1)$.

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[AB]$ est

$$x + y + 5 = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[BC]$ est

$$5x + 2y + 6 = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[CA]$ est

$$5x - y - 13 = 0$$

On en déduit que le centre Ω du cercle Γ circonscrit au triangle ABC admet pour coordonnées

$$\left(\frac{4}{3}; -\frac{19}{3}\right)$$

et son rayon est égal à $\frac{\sqrt{377}}{3}$.

Solution 15 Soit A , B et C les points de coordonnées respectives $(-3; -3)$, $(-1; 1)$ et $(3; 5)$.

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[AB]$ est

$$x + 2y + 4 = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[BC]$ est

$$x + y - 4 = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[CA]$ est

$$3x + 4y - 4 = 0$$

On en déduit que le centre Ω du cercle Γ circonscrit au triangle ABC admet pour coordonnées

$$(12; -8)$$

et son rayon est égal à $5\sqrt{10}$.

Solution 16 Soit A , B et C les points de coordonnées respectives $(-2; 0)$, $(3; -3)$ et $(0; -1)$.

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[AB]$ est

$$5x - 3y - 7 = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[BC]$ est

$$6x - 4y - 17 = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[CA]$ est

$$4x - 2y + 3 = 0$$

On en déduit que le centre Ω du cercle Γ circonscrit au triangle ABC admet pour coordonnées

$$\left(-\frac{23}{2}; -\frac{43}{2}\right)$$

et son rayon est égal à $\sqrt{\frac{1105}{2}}$.

Solution 17 Soit A , B et C les points de coordonnées respectives $(4; -2)$, $(2; 5)$ et $(-4; 4)$.

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[AB]$ est

$$4x - 14y + 9 = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[BC]$ est

$$6x + y + \frac{3}{2} = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[CA]$ est

$$4x - 3y + 3 = 0$$

On en déduit que le centre Ω du cercle Γ circonscrit au triangle ABC admet pour coordonnées

$$\left(-\frac{15}{44}; \frac{6}{11}\right)$$

et son rayon est égal à $\frac{5\sqrt{1961}}{44}$.

Solution 18 Soit A , B et C les points de coordonnées respectives $(-2; 2)$, $(3; 1)$ et $(4; 0)$.

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[AB]$ est

$$5x - y - 1 = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[BC]$ est

$$x - y - 3 = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[CA]$ est

$$3x - y - 2 = 0$$

On en déduit que le centre Ω du cercle Γ circonscrit au triangle ABC admet pour coordonnées

$$\left(-\frac{1}{2}; -\frac{7}{2}\right)$$

et son rayon est égal à $\sqrt{\frac{65}{2}}$.

Solution 19 Soit A , B et C les points de coordonnées respectives $(3; 5)$, $(-1; -3)$ et $(4; -2)$.

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[AB]$ est

$$x + 2y - 3 = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[BC]$ est

$$5x + y - 5 = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[CA]$ est

$$x - 7y + 7 = 0$$

On en déduit que le centre Ω du cercle Γ circonscrit au triangle ABC admet pour coordonnées

$$\left(\frac{7}{9}; \frac{10}{9}\right)$$

et son rayon est égal à $\frac{5\sqrt{65}}{9}$.

Solution 20 Soit A , B et C les points de coordonnées respectives $(5; 0)$, $(-3; -5)$ et $(-1; 5)$.

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[AB]$ est

$$16x + 10y + 9 = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[BC]$ est

$$x + 5y + 2 = 0$$

– Une équation cartésienne de la médiatrice de $[CA]$ est

$$12x - 10y + 1 = 0$$

On en déduit que le centre Ω du cercle Γ circonscrit au triangle ABC admet pour coordonnées

$$\left(-\frac{5}{14}; -\frac{23}{70}\right)$$

et son rayon est égal à $\frac{\sqrt{\frac{70577}{2}}}{35}$.